

Als Lösungen der Gln. (3, 13 a und b) ergeben sich bei Vernachlässigung der Ladungsträger-Reibung:

$$v_i(t) = v_n \left(1 - e^{-\frac{N_n \alpha_{in}}{m_i} t} \right) \approx v_n (1 - e^{-\gamma_{in} t}), \quad (3, 16a)$$

$$v_e(t) = v_n \left(1 - e^{-\frac{N_n \alpha_{en}}{m_e} t} \right) \approx v_n (1 - e^{-\gamma_{en} t}). \quad (3, 16b)$$

Zur Berechnung der Stromdichte-Verteilung $j(s)$ interessieren aber die Geschwindigkeiten als Funktionen des Ortes. Dazu werden zunächst die von den Ionen und Elektronen in der Zeit t zurückgelegten Wege berechnet:

$$s_i(t) = \int_0^{s_i} ds_i = \int_0^t v_i(t) dt = v_n \left[t - \frac{1}{\gamma_{in}} (1 - e^{-\gamma_{in} t}) \right], \quad (3, 17a)$$

$$s_e(t) = \int_0^{s_e} ds_e = \int_0^t v_e(t) dt = v_n \left[t - \frac{1}{\gamma_{en}} (1 - e^{-\gamma_{en} t}) \right]. \quad (3, 17b)$$

Über den Parameter t sind damit $v_i(s)$ und $v_e(s)$ gegeben. Der Weg s erstreckt sich von dem verdampfenden Strahl der Legierung ($s_0=0$) in tangentialer Richtung des Brenners. Die Krümmung der Bahn braucht wegen der Kürze der Beschleunigungsstrecke nicht berücksichtigt zu werden.

Die gesuchte Stromdichte $j_0(s)$ (Maximalamplitude der 30 Hz-Sinus-Komponente) ergibt sich

schließlich zu:

$$j_0(s) = e N_{po} [v_i(s) - v_e(s)]. \quad (3, 18)$$

Mit den in Abschnitt 2 angegebenen Werten

$$1,2 \cdot 10^{14} \leq N_{po} \leq 1,7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^3,$$

$$v_e = 10^4 \text{ cm/sec},$$

$$0,2 \text{ cm} \geq \Delta r \geq 0,1 \text{ cm},$$

$$\Delta z = 2,5 \text{ cm} \quad (\text{Abb. 5})$$

berechnet man für die Stelle $z=2 \text{ cm}$ einen zu erwartenden magnetischen Fluß von

$$1,8 \cdot 10^{-3} \geq \Phi_0 \geq 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ Gauß} \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{für} \quad 0,2 \geq \Delta r \geq 0,1 \text{ cm}.$$

Aus Abb. 7, Kurve II, ist zu entnehmen, daß der Meßwert an der Stelle $z=2 \text{ cm}$ $1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Gauß} \cdot \text{cm}^2$ beträgt und damit innerhalb des berechneten Intervalls liegt.

Auch die experimentell ermittelte Stromrichtung (Elektronen voreilend) stimmt mit dem Ergebnis der theoretischen Betrachtung überein. Damit ist gezeigt worden, daß die gemessenen Felder sich auf der Grundlage des SCHLÜTERSchen Modells erklären lassen.

Herrn Dr. E. RICHTER vom Institut für Theoretische Physik danken wir für eingehende Diskussionen. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft ist der erste der Verfasser für wirtschaftliche Unterstützung, die bei der Durchführung dieser Arbeit gewährt wurde, dankbar.

Untersuchungen an Balmer-Spektren bei einer Hochfrequenzentladung*

Von H. SCHLÜTER **

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München

(Z. Naturforsch. 16 a, 972—984 [1961]; eingegangen am 16. Juni 1961)

With an rf-discharge an extremely clean BALMER-spectrum is obtained having a line-melting at the principal quantum number 20. Electron temperature, gas temperature, and electron density are determined. The ionization-recombination-balance is considered with a modified form of the Corona-ionization-formula.

Die folgenden Untersuchungen zielen darauf ab, kontrollierbare Versuchsbedingungen zu gewinnen, die ausgedehnte spektroskopische Messungen an Wasserstoffplasmen geringerer Dichte (in der Größenordnung 10^{13} Elektronen/cm³, wie sie bei vielen Plasmauntersuchungen vorliegen) zulassen. Frühe Untersuchungen von HERZBERG im Jahre 1927 haben

gezeigt, daß sich elektrodenlose Hochfrequenzringentladungen grundsätzlich dafür eignen. Die damaligen experimentellen Möglichkeiten reichten jedoch nicht für quantitative Messungen bei definierten und konstanten Bedingungen aus. Die Untersuchungen von HERZBERG sind seither nicht mehr wesentlich verbessert worden. Hauptzweck der vor-

* Dissertation, Universität München, April 1961.

** Zur Zeit The University of Texas, Austin.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

liegenden Arbeit ist es daher, eine für ausgedehnte quantitative Messungen geeignete Hochfrequenzanregung zu finden, aus spektroskopischen Methoden eine möglichst konsistente Beschreibung des Plasmas zu erhalten und das so gewonnene Bild mit den Ergebnissen andersartiger Verfahren zu vergleichen.

Während der Bemühungen, ein für spektroskopische Messungen brauchbares Plasma zu erhalten, hat sich herausgestellt, daß die Apparatur auch geeignet ist, die Vorgänge bei der Einkoppelung von Hochfrequenzenergie zu studieren. Diese Untersuchungen sollen im folgenden allerdings nur kurz gestreift werden.

I. Aufbau der Apparatur

Für die beabsichtigten spektroskopischen Untersuchungen an Hochfrequenzentladungen in Wasserstoff gilt es vor allem, extrem reine BALMER-Spektren zu erzeugen; die experimentellen Schwierigkeiten, BALMER-Spektren ungestört durch Wasserstoff-Moleküle und Verunreinigungen zu erhalten, sollen soweit überwunden werden, daß die Verschmelzung hoher Linien und das Rekombinationskontinuum zur Bestimmung von Elektronendichten und Elektronentemperaturen benutzt werden können. Unter den früheren Versuchen, reine BALMER-Spektren zu erzeugen¹⁻⁸, sind für die hier beabsichtigten Messungen am wichtigsten die eingangs erwähnten Arbeiten von HERZBERG im Jahre 1927. Bei diesen und anschließenden Arbeiten wurden elektrodenlose Hochfrequenzentladungen von Funkenstreckenkreisen verwandt, die von starken Hochspannungstransformatoren (bis 125 kV und 30 kW) gespeist wurden; HERZBERG benutzte Entladungsgefäße, die während der gesamten Belichtungszeit mit flüssiger Luft gekühlt werden konnten. Diese für die damaligen experimentellen Möglichkeiten sehr erfolgreichen Versuche ergaben mehr qualitative Aufnahmen; es waren keine definierten und gut reproduzierbaren Versuchsbedingungen möglich. Um diese Schwierigkeiten zu beheben, also saubere BALMER-Spektren

unter konstanten Bedingungen zu erhalten, wird die in Abb. 1 schematisch dargestellte Apparatur verwendet.

Bei diesem — aus ionenquellenartigen Anordnungen entwickelten — Aufbau erzeugt ein Hochfrequenzsender großer Wirk- und Blindleistung⁹ Entladungen in einem statischen Magnetfeld. Das Entladungsgefäß (6 cm Innendurchmesser, 50 cm lang) kann vor der Durchströmung mit Wasserstoff aus einem Pd-Ventil auf Höchstvakuum (bis 10^{-10} Torr) evakuiert werden. Ausführlicher beschrieben ist diese Apparatur schon an anderer Stelle¹⁰.

In der schematischen Darstellung der Versuchsanordnung (Abb. 1) ist die Form des Magnetfeldes und des Plasmas angedeutet. Die Lichtwege für Spektralaufnahmen in achsenparalleler Richtung und für die Quer-Aufnahmen radial durch eine Magnetspule sind eingezeichnet. Jede Magnetspule ist so in zwei Teile aufgetrennt, daß auch Hohlleiter für Quer-Messungen mit Mikrowellen eingeführt werden können. Bei Quer-Untersuchungen sind Entladungsgefäße mit verkürztem, auf das Gebiet der Senderspule beschränktem Kühlmantel benutzt, da das Kühlwasser für Mikrowellen und UV-Strahlung nicht bzw. nur teilweise durchlässig ist. Bei einigen Entladungsgefäßen sind gegenüber der Vorderwand Ansatzstutzen mit Schlitzen oder Flanschen für Sondenführungen angebracht. Eingeschmolzene, magnetisch bewegbare, ausheizbare Sonden können benutzt werden, wenn die Höchstvakuumbedingungen erhalten bleiben sollen. In Abb. 2* und 3 ist das Entladungsgefäß mit den beiden Magnetspulen und der Senderspule gezeigt.

II. Versuchsbedingungen

Variationen des Gasdrucks, der Senderanodenspannung, der Senderfrequenz, der Feldstärke des statischen Magnetfeldes und der Spulenanordnung führen zu verschiedenen Entladungstypen, die sich deutlich in der räumlichen Verteilung, der Farbstruktur und der Lichtintensität unterscheiden. Unter diesen Entladungsformen befinden sich mehrere mit ausgedehnten BALMER-Spektren; bei niedrigen Drucken können BALMER-Spektren bis zur Hauptquantenzahl 28 einschließlich beobachtet werden. Für die eingangs genannten Untersuchungen sind Plasmen

¹ R. W. Wood, Proc. Phys. Soc., Lond. **97**, 455 [1920].

² R. W. Wood, Phil. Mag. **44**, 538 [1922].

³ R. WIDDINGTON, Phil. Mag. **46**, 605 [1923].

⁴ G. HERZBERG, Ann. Phys., Lpz. **84**, 553, 565 [1927].

⁵ T. TAKAMINE u. T. SUGA, Sci. Papers Inst. Phys. Chem. Res., Tokyo **14**, 117 [1930].

⁶ H. NAGAOKA, Y. SIGURA u. T. MISHIMA, Proc. Imp. Acad., Tokyo **10**, 450 [1934].

⁷ H. NAGAOKA, Y. SIGURA u. T. SUGA, Sci. Papers Inst. Phys. Chem. Res., Tokyo **26**, 156 [1935].

⁸ W. D. HENKEL, Prüfungsarbeit, Kiel 1952.

⁹ F. E. TERMAN, Radio Engineers Handbook, McGraw-Hill Book Company, New York u. London 1943.

¹⁰ H. SCHLÜTER, Z. Naturforsch. **15a**, 281 [1960].

* Abb. 2 bis 4 auf Tafel S. 974 a.

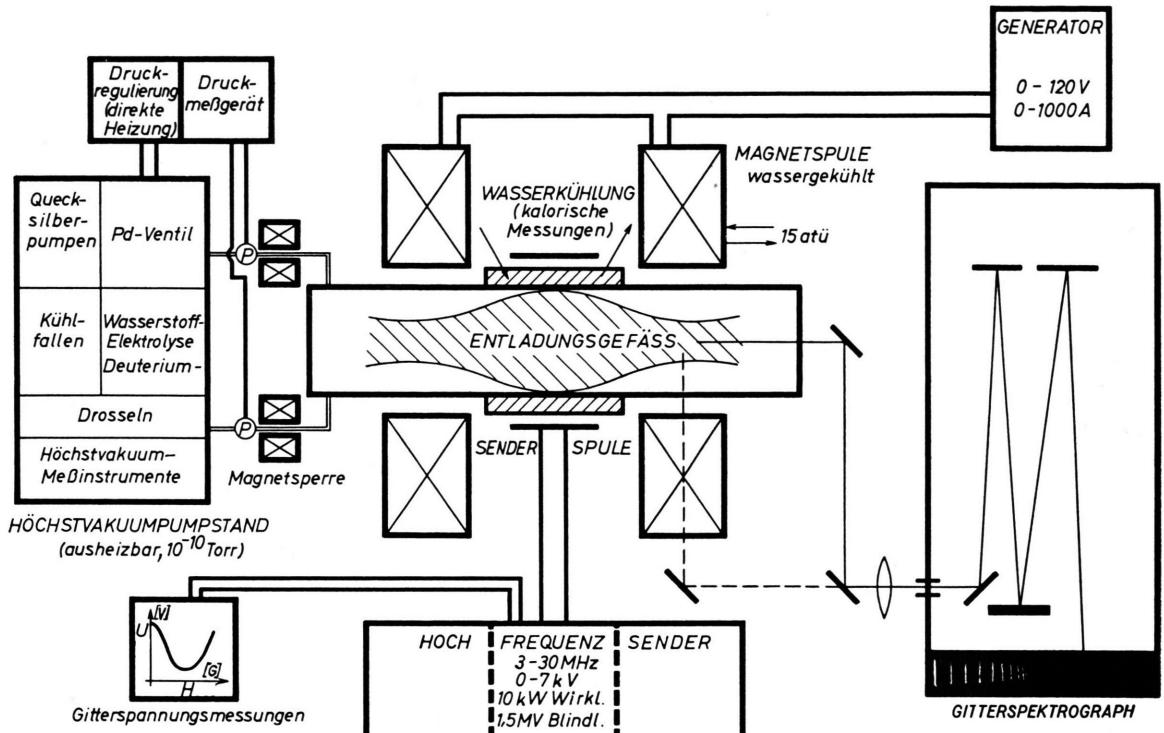


Abb. 1. Schema der Versuchsanordnung.

von Vorteil, die möglichst von den Wänden isoliert sind, nicht zu geringe Dichten besitzen und daher Spektren mit nicht zu schmalen Linienprofilen, gut beobachtbarer Verschmelzung und starkem Rekombinationsspektrum aufweisen. Aus diesen Gründen wird im folgenden eine Entladungsform behandelt, bei der eine Plasmaballung tiefblauer Farbe in einem Ende der Magnetflasche, innerhalb der Magnetspule, also weit außerhalb der Senderspule auftritt.

Abb. 4 zeigt Ausschnitte aus typischen Spektren. Die Aufnahmen sind in achsenparalleler Richtung gemacht, Bild a mit einem Quarzspektrographen, Bilder b und c mit einem Plangitterspektrographen. In Bild a und b ist ein radialer Schnitt der Entladung abgebildet. An den Rändern sieht man (überstrahlt) das in Wandnähe bei der Senderspule erzeugte Wasserstoff-Molekülspektrum, in der Mitte das Atomspektrum der Plasmaballung im Flaschenhals der Magnetspule. Das Kontinuum des Atomspektrums beginnt schon vor der Seriengrenze $n = \infty$, da die Linien etwa bei der Hauptquantenzahl $n = 20$ infolge der Termverbreiterung durch Mikrofelder der Ionen und Elektronen verschmelzen. Die Linien-

verschmelzung in der Mittelzone der Entladung ist in Bild c vergrößert aufgenommen. Sie bietet die einfachste Möglichkeit, die Elektronendichten abzuschätzen, wie noch beschrieben wird. Für Plasmen der geschilderten Art ergeben sich Elektronendichten von der Größenordnung 10^{13} Elektronen/cm³. Die später aus dem Abfall der Kontinuumsintensität mit der Wellenlänge bestimmten Elektronentemperaturen liegen in der Größenordnung 10^3 bis 10^4 °K. Diese spektroskopisch ermittelten niedrigen Elektronentemperaturen sind von besonderem Interesse beim Vergleich mit den aus Sondenmessungen ermittelten wesentlich höheren Temperaturen, bei der Betrachtung des Ionisationsgleichgewichts und bei der Untersuchung der Linienprofile.

Für die obigen Aufnahmen günstige Bedingungen sind: 0,15 bis 0,35 Torr Gasdruck, 1,5 bis 3,5 kV Anodenspannung, 27 MHz Senderfrequenz, eine Feldstärke des statischen Magnetfeldes von 350 bis 750 G in der Senderspule und der 2,5- bis 4-fache Wert in den Magnetspulen. Bei 27 MHz (einwindige Senderspule) besitzt die Entladung die hier interessierende blaue Plasmaballung nur in einem Ende der Magnetflasche. (Durch eine kleine Dejustierung der Magnetspulen wird die Magnetfeldstärke auf der gewünschten Seite der Magnetflasche etwas erhöht; hier erscheint dann



Abb. 2. Entladungsgefäß mit den beiden Magnetspulen und der Senderspule, links die Zuleitungen mit den Magnetsperren.

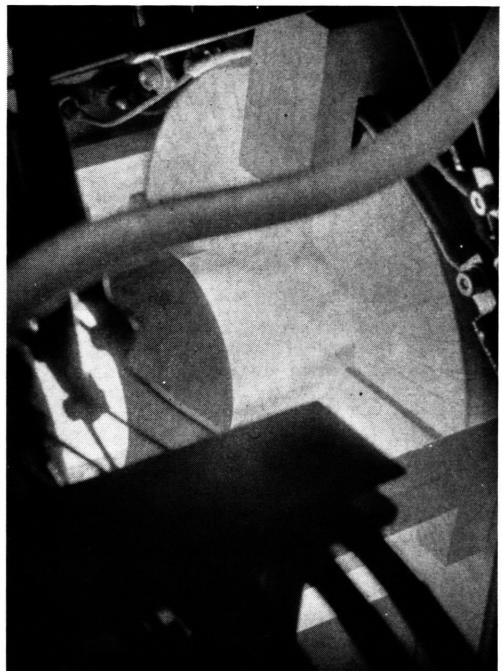


Abb. 3. Mittelteil des Entladungsgefäßes, aufgenommen während einer Entladung.

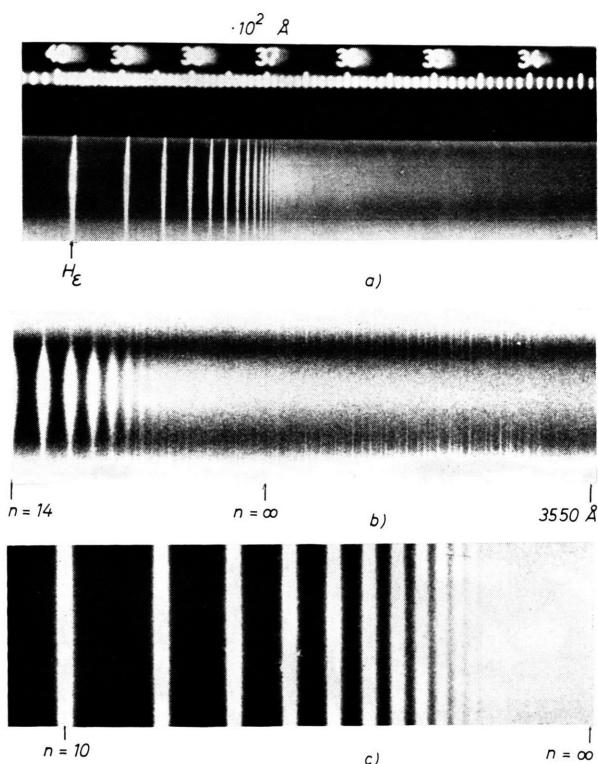


Abb. 4. Spektren der blauen Plasmaballung (in achsenparalleler Richtung aufgenommen). a, b radialer Schnitt durch die Entladung, c vergrößertes Bild der Mittelzone.

die Plasmaballung.) Diese — die spektroskopischen Untersuchungen vereinfachende — Asymmetrie tritt auch bei 14 MHz (zweiwindige Senderspule) auf, verschwindet hier jedoch bei höherer Anodenspannung (etwa 3 kV). Im wesentlichen röhrt die Asymmetrie her von der Rückwirkung der Induktivität der Entladung auf die geringe Induktivität der breiten, einwindigen Senderspule bei 27 MHz; bei 14 MHz ist die Rückwirkung auf die zweiwindige Spule geringer. Während der Versuche ist darauf zu achten, die Entladung nicht zu lange ohne Magnetfeld zu betreiben. Dadurch kann weitgehend verhindert werden, daß ein schon von WOOD^{1, 2} und HERZBERG⁴ beschriebener Umschlag der Entladung in den sogenannten „white stage“ auftritt, der mit starkem Molekül- und Siliciumspektrum verbunden ist und wahrscheinlich mit der Verletzung einer Wandschicht des Entladungsgefäßes zusammenhängt. Der — mit bloßem Auge erkennbare — „white stage“ läßt sich nur schwer wieder beseitigen.

Ergänzende Bemerkungen über die Plasmaerscheinungen finden sich an anderer Stelle^{10, 11}.

III. Auswertung spektroskopischer Messungen

1. Temperaturbestimmung

Alle folgenden Untersuchungen beziehen sich auf die Betriebsbedingungen 0,26 Torr Wasserstoffdruck, 2 kV Anodenspannung, 27 MHz Senderfrequenz, einwindige Senderspule, 500 G bei der Senderspule, 1550 G in den Magnetspulen.

Die Temperatur wird aus dem Abfall der Intensität des Rekombinationskontinuums mit der Wellenlänge bestimmt. Die Rekombinationsstrahlung für Wasserstoff und wasserstoffähnliche Atome ist gut bekannt. Der Emissionskoeffizient bei Rekombination in den Zustand mit der Hauptquantenzahl n ergibt sich klassisch-korrespondenzmäßig und quantenmechanisch ohne nennenswerten Unterschied (mit den üblichen Bezeichnungen) zu¹²:

$$\varepsilon_\nu = C \frac{4 \pi^2 e^4 m_e}{h^2 n^3} Z^4 \frac{N_e \cdot N_i}{(k t_e)^{3/2}} \exp \frac{h}{k t_e} (\nu_G - \nu), \quad (1)$$

$$C = \frac{32 \pi^2 e^6}{3 \sqrt{3} c^3 (2 \pi m_e)^{3/2}}, \quad \nu_G \text{ Frequenz an der Seriengrenze.}$$

Hierbei ist lediglich eine MAXWELL-Verteilung der Elektronen vorausgesetzt. Die Ionen werden als ruhend angenommen. Genau genommen gibt Gl. (1) die Emissionskoeffizienten für spontane Emission an. Die zusätzliche induzierte Emission spielt hier

keine Rolle. Auch die dem BALMER-Kontinuum überlagerte Strahlung von Kontinua höherer Hauptquantenzahlen und des Frei-Frei-Kontinuums ist hier ohne Bedeutung. Ein von MENZEL und PEKERIS¹³ angegebener Korrekturfaktor zu Gl. (1) kann vernachlässigt werden (hier $g \approx 0,97$). Ausführlichere Erörterungen benutzter Beziehungen bzw. weitere Literatur siehe — auch stets im folgenden — UNSÖLD¹⁴.

Zur Bestimmung der Elektronentemperatur t_e wird der relative Verlauf von ε_ν mit der Frequenz ermittelt. Dazu wird die beobachtete Kontinuumsstrahlung mit der Strahlung einer Eichlichtquelle bekannter Frequenzabhängigkeit, hier eines Kohlebogens¹⁵, verglichen (s. Technisches) und so ε_ν bis auf einen konstanten Faktor A bestimmt. Wegen Gl. (1) soll dann der natürliche Logarithmus der gemessenen Werte $A \varepsilon_\nu$ linear von der Frequenz ν abhängen:

$$\ln(A \varepsilon_\nu) = \ln A + \ln \varepsilon_\nu = \text{const} - \frac{h \nu}{k t_e}.$$

Die experimentellen Werte $A \varepsilon_\nu$, logarithmisch gegen ν aufgetragen, liegen (wie im Beispiel der Abb. 5) gut auf einer Geraden, aus deren Steigung sich

$$t_e = 2000^\circ\text{K}$$

ergibt. Dieser Wert folgt mit Schwankungen von etwa 15% aus verschiedenen Messungen. Er ist bei Quer-Messungen radial durch das langgestreckte Rotationsellipsoid genauer als bei Messungen in

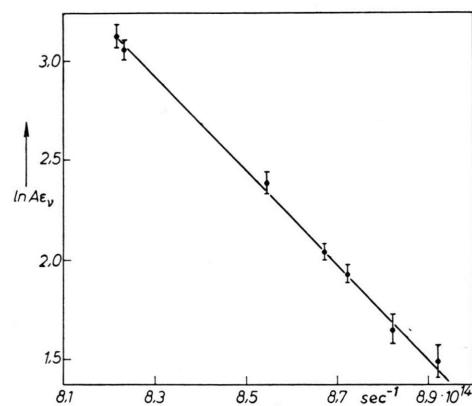


Abb. 5 a. Logarithmus der Kontinuumsintensität $A \varepsilon_\nu$ in Abhängigkeit von der Frequenz ν . A Zahlenfaktor, ε_ν in $\text{erg/cm}^3 \text{ sec rad}$.

¹¹ H. SCHLÜTER, Z. Naturforsch. **15 a**, 744 [1960].
¹² W. FINKELBURG u. TH. PETERS, Kontinuierliche Spektren, Hdb. d. Phys., Berlin 1957, Bd. XXVIII.

¹³ H. MENZEL u. L. PEKERIS, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. **96**, 77 [1936].

¹⁴ A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären, 2. Aufl., Springer-Verlag, Berlin 1955.

¹⁵ J. EULER, Ann. Phys., Lpz. **11**, 203 [1953].

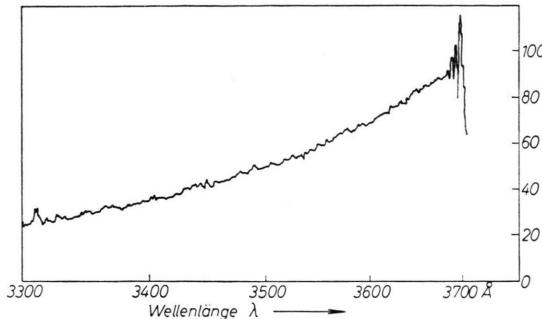


Abb. 5 b. Beispiel einer Photometerregistrierkurve für das Rekombinationskontinuum. P Photometeranzeige in willkürlichen Einheiten.

achsenparalleler Richtung, bei denen der Untergrund von Zonen außerhalb der blauen Plasmaballung schwieriger zu berücksichtigen ist.

2. Dichtebestimmung (Absolutmessung)

Da auch die Absolutintensität E_ν ($\text{erg/sec cm}^2 \text{ rad sec}^{-1}$) des hier stets als Eichlichtquelle benutzten Kohlebogens bekannt ist, kann man durch eine Vergleichsmessung die Absolutintensität der Kontinuumsstrahlung feststellen. Man mißt dann bei einer bestimmten Wellenlänge das Verhältnis B :

$$B = \frac{\varepsilon_\nu l d\Omega_E / V_E^2}{E_\nu d\Omega_K / V_K^2}$$

($d\Omega_E$, $d\Omega_K$ Raumwinkel der Entladung bzw. des Kohlebogens, V_E , V_K Abbildungsmaßstab der Entladung bzw. des Kohlebogens).

Die Schichtdicke l läßt sich gut visuell und photographisch bestimmen, und zwar für Längs-Aufnahmen in achsenparalleler Richtung durch das Plasma zu

$$l_1 \approx 7 \text{ cm},$$

für Quer-Aufnahmen radial durch das Plasma zu

$$l_q \approx 1 \text{ cm}.$$

Wegen der Rotationssymmetrie der Entladung kann man l_q auch aus der Abbildung des Kontinuums auf den Spektralplatten sowohl bei Quer- als auch Längs-Aufnahmen entnehmen; es ergibt sich jeweils praktisch der gleiche Wert wie oben ($l_q = 1,1 \text{ cm}$). Aus der Vergleichsmessung erhält man somit den Absolutwert von ε_ν nach Gl. (1) ($\nu = \nu_G$, $n = 2$):

$$\varepsilon_\nu = \text{const} \frac{N_e \cdot N_i}{t_e^{1/2}}.$$

¹⁶ H. WULFF, Nucl. Instrum. **4**, 352 [1959].

¹⁷ F. L. MOHLER, Astrophys. J. **90**, 429 [1939].

Da t_e schon bekannt ist, folgt für N_e ($= N_i$):

$$N_e = 1,3 \cdot 10^{13} \text{ Elektronen/cm}^3.$$

Die Ergebnisse für N_e weichen bei verschiedenen (Quer- und Längs-) Aufnahmen nur maximal 20% von diesem Wert ab. Dabei sind zur Kontrolle auch verschiedene Raumwinkel und Abbildungsverhältnisse benutzt. Hinzu kommen noch Schwankungen des benutzten Temperaturwertes, so daß insgesamt Abweichungen von maximal 25% auftreten.

Ist die Elektronendichte N_e bekannt – es folgen noch weitere Bestimmungen von N_e –, so kann die Absolutmessung für eine zweite Bestimmung der Elektronentemperatur t_e dienen.

3. Dichtebestimmung (Linienverschmelzung)

Die Verschmelzung der hohen BALMER-Linien zum Kontinuum vor der eigentlichen Seriengrenze (Abb. 4 c) liefert eine weitere, unabhängige Bestimmung der Elektronendichte. Die Verbreiterung der höheren Terme durch die Mikrofelder der Ionen und Elektronen tritt in Konkurrenz mit dem Termabstand. Nach INGLIS und TELLER¹⁶ gilt für wasserstoffähnliche Serien:

$$\frac{3}{2} \frac{a_0}{Z} n_m^2 e F = \frac{1}{2} \frac{c^2 Z^2}{a_0 n_m^3},$$

a_0 BOHRscher Radius,
 Z effektive Kernladungszahl,
 n_m Hauptquantenzahl des oberen Terms der letzten erkennbaren Linie,
 F mittlere Mikrofeldstärke an der Stelle des strahlenden Atoms.

Das heißt, die Energie eines Atomdipols im Felde F ist der halben Energiedifferenz zweier benachbarter Terme gleichgesetzt. Nach der statistischen Theorie der Linienverbreiterung ist $F = 3,7 \cdot e N^{2/3}$. Für N ist im Rahmen dieser Theorie (s. UNSÖLD¹⁴) bei hohen Elektronentemperaturen $N = N_i$ einzusetzen, bei tieferen Temperaturen ein höherer Wert, im Extremfall wie hier (bei $t_e < 4,6 \cdot 10^5 / n_m$) $N = N_i + N_e$. Das führt zu der Beziehung:

$$\log 2 N_e = 23,26 - 7,5 \log n_m.$$

Zur Bestimmung der oberen Hauptquantenzahl n_m der letzten sichtbaren Linie ist das von MOHLER¹⁷ angegebene Verfahren benutzt: Der Verlauf der Spitzenintensitäten der Linien I_S und der „Talintensitäten“ zwischen den Linien I_T wird für die oberen Linien ermittelt, $\log(I_S/I_T)$ gegen $\log n$ aufgetragen und linear auf Null extrapoliert. Abb. 6 zeigt ein

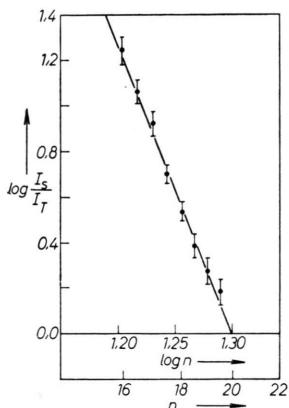


Abb. 6 a. Verhältnis der Spitzenintensität zu der „Tailintensität“ der oberen BALMER-Linien I_s/I_T in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl n (doppelt logarithmisch).

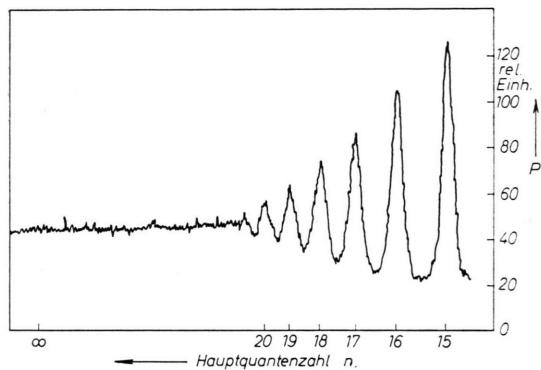


Abb. 6 b. Beispiel einer Photometerregistrierkurve für die Verschmelzung. P Photometieranzeige in willkürlichen Einheiten.

Beispiel, wie die Meßpunkte praktisch auf einer Geraden liegen. Ungefähr den gleichen Wert für n_m erhält man sehr einfach, wenn man auf einer störungsfreien Platte die noch getrennt erkennbaren BALMER-Linien abzählt. Aus der Verschmelzung bei verschiedenen gut aufgelösten Aufnahmen ergibt sich

$$N_e = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ Elektronen/cm}^3$$

mit einer Schwankung von etwa $0,2 \cdot 10^{13}$ Elektronen/cm³.

Im Hinblick auf spezielle Fragen der Theorie zur Linienverbreiterung wird die Verschmelzung an anderer Stelle herangezogen¹⁸; dort ist jedoch statt des üblichen Wertes $F = 3,7 e N^{2/3}$ von INGLIS und TELLER der etwas genauere Wert $F = 4,2 e N^{2/3}$ (wahrscheinlichstes Feld nach der HOLTS MARK-Verteilung,

¹⁸ K. BERGSTEDT, E. FERGUSON, H. SCHLÜTER u. H. WULFF, Max-Planck-Institut f. Physik u. Astrophysik, München, Bericht zur V. Internationalen Konferenz über Ionisationsphänomene in Gasen, in Vorbereitung.

¹⁹ A. B. UNDERHILL u. J. H. WADDELL, NBC Circular 603 [1959].

²⁰ G. v. GIERKE, G. LISITANO, G. MÜLLER, H. SCHLÜTER, M. TUT-

siehe UNSÖLD¹⁴, Anm. p. 325) benutzt, womit sich im Mittel

$$N_e = 1,28 \cdot 10^{13} \text{ Elektronen/cm}^3$$

ergibt.

4. Dichtebestimmung (Linienprofile)

Die Profile der – noch nicht verschmolzenen – BALMER-Linien bieten eine weitere Möglichkeit, die Elektronendichte zu bestimmen. Zwei Beispiele für experimentelle Linienprofile geben Abb. 7 und 8; die Linienintensität I_n für die Hauptquantenzahlen $n = 7$ und $n = 11$ ist gegen den Wellenlängenabstand von der Linienmitte $\Delta\lambda$ aufgetragen. Mit eingezzeichnet ist das Profil nach der HOLTS MARKSchen Theorie (nach Tabellen von UNDERHILL und WADDELL¹⁹) für die Elektronendichte $1,35 \cdot 10^{13}$ Elektronen/cm³. Dieser Wert für die Elektronendichte ist der wahrscheinlichste nach den zuvor beschriebenen spektroskopischen Messungen und auch durch Mikrowellenmessungen von LISITANO und TUTTER^{20, 21} recht genau bekannt (dort ergibt sich in guter Übereinstimmung $N_e = 1,3 \cdot 10^{13}$ Elektronen/cm³ ± 10%). Abb. 7 und 8 enthalten auch die theoretischen Profile für den 1,4-fachen Wert der Elektronendichte. Das Linienzentrum ist beim Vergleich zwischen Experiment und HOLTS MARK-Theorie nicht wichtig – bei ungerader Hauptquantenzahl wird es z. Tl. ausgespart –, da es durch nicht-adiabatische Stöße und durch den DOPPLER-Effekt bestimmt ist (siehe unten). In Abb. 7 und 8 lassen sich die experimentellen Profile weitgehend durch ein HOLTS MARK-Profil annähern, wenn auch kleine Abweichungen bestehen, die z. Tl. jedoch innerhalb der Meßfehlergrenzen liegen. Die beiden Beispiele zeigen, daß bei der niedrigen Hauptquantenzahl ($n = 7$) die wahrscheinlichste Elektronendichte eine bessere Anpassung ergibt als der 1,4-fache Wert, bei der höheren Hauptquantenzahl jedoch der höhere Wert, daß also eine systematische Abweichung mit der Hauptquantenzahl aufzutreten scheint. Diese systematische Abweichung, die mit weiter zunehmender Hauptquantenzahl deutlicher wird, ist eingehender an anderer Stelle¹⁸ behandelt; dort ist näher auf spezielle Fragen der Theorie zur Linienverbreiterung eingegangen. Trotz der genannten Abweichungen kann die – weit mehr als grō-

TER u. H. WULFF, Max-Planck-Institut f. Physik u. Astrophysik, München, Bericht zur V. Internationalen Konferenz über Ionisationsphänomene in Gasen, in Vorbereitung.

²¹ G. LISITANO u. M. TUTTER, Z. Naturforsch., in Vorbereitung.

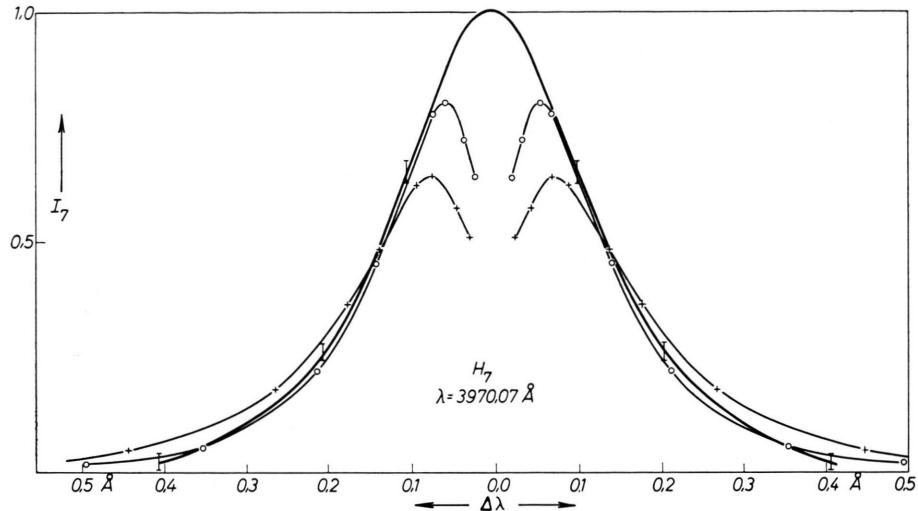


Abb. 7. Linienintensität I_7 als Funktion des Wellenlängenabstandes von der Linienmitte $\Delta\lambda$. — experimentelle Kurve, I Streuungen der Meßwerte. Theoretische Kurven (nach UNDERHILL und WADDELL): ○—○ $N = 1.35 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, $N/N_e = 1$; +—+ $N = 1.9 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, $N/N_e = 1.4$.

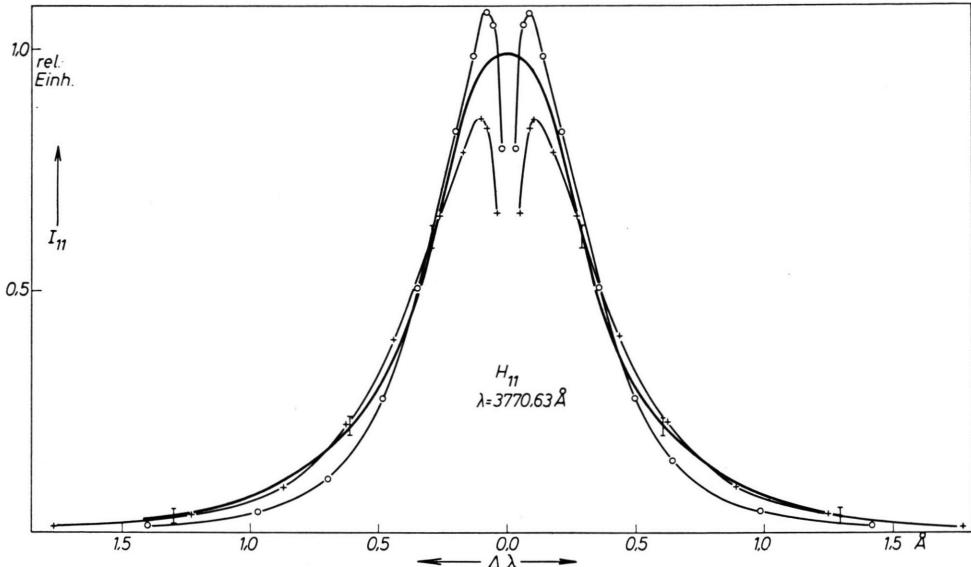


Abb. 8. Linienintensität I_{11} als Funktion des Wellenlängenabstands von der Linienmitte $\Delta\lambda$. Zeichenerklärungen wie bei Abb. 7.

ßenordnungsmäßige — Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment als gut bezeichnet werden. Der mit anderen Verfahren bestimmte Wert für die Elektronendichte wird durch die Profile gestützt, obwohl nicht die Genauigkeit dieser Verfahren erreicht wird. Auch wenn man nicht berücksichtigt, daß der erwähnte Gang mit der Hauptquantenzahl systematisch zu sein scheint, bleibt höchstens eine Unsicherheit um einen Faktor, der zwischen 1 und 2 liegt, aber sicher kleiner als 2 ist.

In Abb. 7 und 8 ist die Mittelkomponente bei der Normierung der Profile in der Form berücksichtigt, daß sich die Fläche des theoretischen Profils ohne Mittelkomponente zu der Gesamtfläche des anzunähernden Profils wie die entsprechenden Gewichtsfaktoren verhält ($f_+/f_- + f_0$ nach den Tabellen von UNDERHILL und WADDEL). — Bei den experimentellen Profilen ist der Einfluß der Liniенstrahlung aus Schichten außerhalb der blauen Plasmaballung abgezogen, was bei Aufnahmen mit radialer Abbildung

der Entladung leicht möglich ist; für hohe Linien wird dieser Einfluß verschwindend klein.

5. Liniенstrahlung (Absolutmessung)

Das durch die Verschmelzung vor der eigentlichen Seriengrenze erzeugte Kontinuum schließt sich stetig an das Rekombinationskontinuum an. Beide Kontinua hängen mit $\exp(-h\nu/kT_e)$ [Gl. (1)] von der Frequenz ab. Auch der Übergang vom Verschmelzungskontinuum zu den Linien ist stetig. Verschmiert man die Intensitäten der breiten oberen Linien auch auf die Zwischenräume zwischen den Linien, ergibt sich eine stetige Fortsetzung des Kontinuums. In Abb. 9 ist das in etwas anderer Form veranschaulicht. Die gestrichelte Kurve a zeigt, wie die Linien-

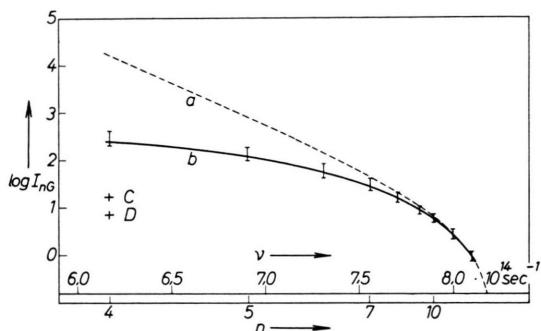


Abb. 9. Logarithmus der Gesamtlinienspektren I_{nG} in Abhängigkeit von der Frequenz ν und der Hauptquantenzahl n .
a Extrapolation vom Kontinuum, b Meßwerte, C, D obere Grenzen der H_β -Strahlung im Kaskadenbild,
 I_{nG} in $\text{erg/cm}^3 \text{ sec rad}$.

intensitäten I_{nG} in Abhängigkeit von der Frequenz ν (logarithmisch) verliefen, wenn sie sich auch bis zu den unteren Linien streng an die Intensität des Kontinuums anschlossen: Das hypothetische, von der Seriengrenze zu niedrigeren Frequenzen extrapolierte Kontinuum ist in Stücke zerhackt — entsprechend den Intervallen, die den Linien in der ν -Skala zustehen — und zu Linienspektren zusammengequetscht. Mit Kurve a ist daher

$$\int_{\nu_n - \frac{1}{2}}^{\nu_n + \frac{1}{2}} \varepsilon_\nu d\nu$$

logarithmisch gegen ν aufgetragen [s. Gl. (1) für ε_ν]. Als Zwischenwert der Frequenzen benachbarter Hauptquantenzahlen sind dabei

$$\nu_{n-1/2} = \frac{\nu_n + \nu_{n-1}}{2}, \quad \nu_{n+1/2} = \frac{\nu_n + \nu_{n+1}}{2}$$

verwandt. Die ausgezogene Kurve b in Abb. 9 gibt

den Logarithmus der gemessenen Linienspektren I_{nG} in Abhängigkeit von der Frequenz wieder (Absolutmessungen wie beim Kontinuum). Man sieht in Abb. 9, wie sich die wirklichen Intensitäten (Kurve b) einer hypothetischen extrapolierten Kontinuumsintensität (Kurve a) anschmiegen, wie sie etwa bei der Hauptquantenzahl $n = 7$ schon merklich und mit sinkender Hauptquantenzahl immer deutlicher abweichen.

Der quantitative Verlauf der Kurve b in Abb. 9 zu niedrigen Frequenzen hin, d. h. die gemessene Absolutintensität tiefer Linien, ist von Bedeutung für einen folgenden Abschnitt über nicht-thermodynamisches Gleichgewicht. Dort wird geprüft, mit welchem Mechanismus die Linienspektren erklärt werden müssen: Die Elektronen der zuvor gemessenen tiefen Temperatur $T_e = 2000^\circ\text{K}$ vermögen trotz ihrer relativ hohen Dichte nicht die beobachteten Linienspektren zu erzeugen. Es müssen zusätzliche energiereiche Elektronen vorhanden sein; denn ein anderer möglicher Mechanismus als die Stoßanregung in der Plasmaballung, nämlich die Kaskade der die Termleiter hinunterfallenden Rekombinationselektronen (möglicherweise außerhalb der Plasmaballung erzeugt) erklärt nicht die beobachteten Linienspektren; obere Grenzen für die H_β -Strahlung im Kaskadenbild, die später abgeschätzt werden, sind in Abb. 9 als Punkt C und D eingetragen.

6. Neutralgaswerte

Der DOPPLER-Effekt besitzt nur bei den tiefsten Linien wesentlichen Einfluß auf das Gesamtprofil. Bei der Linie H_β bestimmt er die Halbwertsbreite fast allein. Ohne Faltung wegen der zusätzlichen Druckverbreiterung kann man die DOPPLER-Verbreiterung angenähert in Nachbargebieten der Plasmaballung messen. Wie die Auswertung der Verbreiterung höherer Linien zeigt, existiert außerhalb, jedoch nahe der Plasmaballung ein Gebiet relativ geringer Elektronendichte, also auch einer geringen zusätzlichen Druckverbreiterung. Die Halbwertsbreite von H_β ist hier fast von der gleichen Größe wie in der Plasmaballung. Aus ihr ergibt sich die Gastemperatur T_G (mit etwa 20% Genauigkeit) zu:

$$T_G = 1900^\circ\text{K}.$$

Das Apparateprofil ist genügend schmal, wie die Auswertung von Linienspektren bei kleiner werdender Spaltbreite und die Aufnahme schmäler Eisenlinien bestätigen. Der ZEEMANN-Effekt ist ohne große Bedeutung, sein Einfluß liegt etwa eine Größenordnung unter dem des DOPPLER-Effektes (über den Einfluß von Feinstrukturen auf die Halbwertsbreite

siehe UNSÖLD¹⁴, p. 463). Die Einwirkung von VANDER-WAALS-Kräften kann vernachlässigt werden.

Wegen des guten Energieaustausches zwischen Ionen und Neutralteilchen darf man auf eine Ionentemperatur $t_i = t_G$ schließen. Aus der Gleichung

$$p_0 = p = N_1 k t_G$$

($p_0 = 0,26$ Torr „Kaltgasdruck“ außerhalb des Entladungsgefäßes, p = Gesamtdruck in der untersuchten Plasmaballung)

— die geladenen Teilchen werden vernachlässigt — ergibt sich die Anzahl der Neutralteilchen/cm³ N_1 zu ungefähr

$$N_1 = 1,4 \cdot 10^{15} \text{ Teilchen/cm}^3.$$

Die Neutralteilchen bestehen praktisch nur aus Atomen, anderenfalls würde man außer dem Atomspektrum ein störendes Molekülspektrum erhalten. Der Ionisationsgrad beträgt in dem hier untersuchten speziellen Fall

$$\frac{N_e}{N_1 + N_e} \approx \frac{N_e}{N_1} \approx 1\% \text{ (etwa 25\% Genauigkeit).}$$

7. Technisches

Nachzutragen ist noch einiges über die Technik der spektroskopischen Aufnahmen und Auswertungen. Für die Aufnahmen ist ein Plangitterspektrograph aus Jena, gelegentlich auch ein mittlerer Hilger-Quarzspektrograph benutzt. Der Gitterspektrograph hat ein Gitter von 7 cm × 6 cm mit 45 000 Strichen, das zur Aufnahme der Linienprofile auch in 3. und 4. Ordnung verwendet ist. Um SCHWARZSCHILD-Effekte zu vermeiden, ist der Kohlebogen stets mit gleicher Belichtungszeit wie die Entladung aufgenommen, und zwar mit den gleichen optischen Teilen (UV-Achromate aus Jena, Aluminium-Oberflächenspiegel, Ultrasil-Umlenkprismen). Die Platten, Perutz 450 blau oder Ilford HPS, sind mit Rodinal oder Ultrafin entwickelt. Als Schwärzungsnormale (beim Kohlebogen) dienen spektral geeichte Stufenfilter aus Jena (auf Quarz aufgedampfte Platinstufen). Die Platten sind mit einem Schnellphotometer aus Jena oder einem Joyce & Loeb-Registrierdensitometer photometriert. Es sind Ringsdorff-RW II-Kohlen verwendet. Bei den Auswertungen ist der Untergrund — wie schon bei der Temperaturmessung erwähnt — eliminiert. Er ist durch Vorbelichtungen gleichmäßig angehoben, so daß er in dem durch die Schwärzungsnormale gegebenen Meßbereich liegt. Die Aufnahme- und Auswerterbedingungen sind möglichst variiert, um die — bei den einzelnen Messungen erwähnten — Schwankungen der Meßergebnisse zu ermitteln und die Reproduzierbarkeit und Konsistenz der Meßverfahren zu prüfen.

8. Übersicht

Bei den beschriebenen Temperatur- und Dichtebestimmungen ist der Einfluß inhomogener Schich-

ten nicht berücksichtigt. Daß dieser Einfluß nicht wesentlich ist, läßt schon die Übereinstimmung der Ergebnisse von Quer- und Längs-Aufnahmen vermuten. Das als radialer Schnitt durch das Plasmaellipsoid aufgenommene Spektrum ist für verschiedene Abstände von der Achse des Plasmaellipsoids ausgewertet. Es ergeben sich keine wesentlich abweichenden Werte, sowohl bei Quer- als auch Längs-Aufnahmen. Man kann daher die untersuchte Plasmaballung zumindest in guter Näherung als einen von der Umgebung scharf abgegrenzten Körper mit konstanter Dichte und Temperatur, etwa von der Form eines Rotationsellipsoids, betrachten, was auch von vornherein der visuelle Eindruck nahelegt.

Die spektroskopischen Auswertungen haben also ergeben: Ein Plasmarotationsellipsoid einer Länge $l_1 = 7$ cm und eines Durchmessers $l_q = 1,1$ cm besitzt eine Elektronentemperatur

$$t_e = 2000^\circ\text{K}$$

und eine Elektronendichte

$$N_e = 1,3 (-1,5) \cdot 10^{13} \text{ Elektronen/cm}^3.$$

Die Elektronendichte ist mit drei Methoden bestimmt, einmal unter Vorgabe der Elektronentemperatur. Gibt man die Elektronendichte vor — für die auch Mikrowellenmessungen vorliegen —, so ist der Wert für die Elektronentemperatur zweifach gestützt. Die Neutralgasdichte beträgt etwa

$$N_1 = 1,4 \cdot 10^{15} \text{ Atome/cm}^3.$$

Gas- und Ionentemperatur sind nicht wesentlich tiefer als die Elektronentemperatur:

$$t_G = t_i \approx t_e.$$

Die gemessenen Absolutwerte der Linienstrahlung dienen für die folgenden Untersuchungen.

IV. Untersuchungen über nicht-thermodynamisches Gleichgewicht

1. Korona-Formel

Bei irdischen Plasmen verhältnismäßig geringer Dichte ist das Gleichgewicht zwischen Ionisation und Rekombination der Ladungsträger in der Regel stark von den Gefäßwänden beeinflußt. In dem hier betrachteten besonderen Falle drängt jedoch schon das Phänomen der Plasmaballung in der Achse des Entladungsgefäßes und am Ort des stärksten Magnetfeldes dazu, eine lokale Ionisations-Rekombinations-Bilanz reiner Volumen-Prozesse zu versuchen.

Da diese Plasmaballung im Spektrum und auch visuell so verhältnismäßig deutlich isoliert ist, erscheint es durchaus aussichtsvoll, eine solche Bilanz an Meßergebnissen zu prüfen. Dabei werden keine detaillierten Modelle der gesamten Entladungsvorgänge (z. B. der Fokussierung schneller Elektronen) gebraucht. Es ist möglich, sich lediglich eng an effektive experimentelle Erscheinungen und entsprechende Messungen und Abschätzungen zu halten.

Bei der Untersuchung des Ionisationsgleichgewichtes eines Plasmas sind die Elementarprozesse pro $\text{cm}^3 \text{ sec}$ (N_1 Zahl der Teilchen/ cm^3 in der niederen Ionisationsstufe, N_i in der höheren Ionisationsstufe)

Photoionisation	$N_1 Q_{01},$
Ionisation durch Elektronenstoß	$N_1 N_e S_{01},$
Photorekombination	$N_i N_e Q_{10},$
Rekombination durch Dreierstöße	$N_i N_e^2 S_{10}$

maßgebend. Die Wahrscheinlichkeitskoeffizienten S_{01} , Q_{10} und S_{10} hängen im wesentlichen von der Elektronentemperatur, der Koeffizient Q_{01} vom Strahlungsfeld ab. Für hohe Dichten wird das Gleichgewicht zwischen diesen Prozessen von der – thermodynamisch herleitbaren – SAHASchen Gleichung beschrieben. Bei geringeren Dichten und schwachem Strahlungsfeld, wie hier, erfolgt die Ionisation praktisch nur durch Elektronenstöße, die Rekombination durch Zweierstöße, also Strahlungsrekombination. Es läßt sich zeigen²², daß die Photoionisation gegen die Stoßionisation ($Q_{01} \ll N_e S_{01}$) und die Rekombination durch Dreierstöße gegen die Strahlungsrekombination, gegen die Rekombination durch Zweierstöße, zu vernachlässigen ist ($N_e S_{10} \ll Q_{10}$). Für einen solchen Fall nichtthermodynamischen Gleichgewichts gilt die sogenannte Korona-Ionisationsformel (ursprünglich für die Sonnenkorona hergeleitet von MIYAMOTO, BIERMANN, ELWERTH):

$$N_1 N_e S_{01} = N_i N_e Q_{10}. \quad (2)$$

$$\text{Für } N_i/N_1 = S_{01}/Q_{10} \quad (3)$$

liefert die Theorie^{14, 22} im einzelnen:

$$\frac{N_i}{N_1} = \frac{3\sqrt{3}}{16\alpha^3} \frac{\zeta}{\gamma n_0} \left(\frac{X_H}{X} \right)^2 \frac{\exp(-X/kT_e)}{X/kT_e} \left(1 + \frac{0,3}{X/kT_e} \right) = f(T_e). \quad (4)$$

N_i/N_1 ist also eine Funktion der Elektronentemperatur allein.

Hierbei sind folgende Bezeichnungen verwandt:

$$\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc} = \text{reziproke SOMMERFELDSche Feinstrukturkonstante,}$$

²² G. ELWERTH, Z. Naturforschg. 7a, 432, 703 [1952].

$\gamma = 1 - 5$	= Faktor für die Beteiligung höherer Terme bei der Rekombination,
n_0	= Hauptquantenzahl des Grundterms,
X_H	= Ionisationsenergie des Wasserstoffs,
X	= Ionisationsenergie für die entsprechende Ionisation.

Molekülprozesse sind nicht berücksichtigt, da die hier betrachtete Plasmaballung kein Viellinienspektrum des Wasserstoffmoleküls zeigt.

Setzt man in die obige Gleichung für T_e die spektroskopisch bestimmte Temperatur $t_e = 2000^\circ\text{K}$ ein, erhält man einen Ionisationsgrad

$$N_e/(N_e + N_1) \approx N_e/N_1 = N_i/N_1,$$

der viel kleiner als der beobachtete ist (etwa 28 Zehnerpotenzen). Um die Diskrepanz zu beseitigen, müßte t_e etwa den 5,5-fachen Wert haben, was aber mit Sicherheit außerhalb der Meßfehlergrenzen liegt.

2. Modifizierte Korona-Formel

Die Diskrepanz zeigt deutlich, daß die energiearmen Elektronen von $t_e = 2000^\circ\text{K}$ keiner Ionisation fähig sind, die ihrer starken Rekombination die Waage halten. Nun ergeben aber Sondenmessungen von MÜLLER²⁰ Elektronentemperaturen T_e von $20\,000 - 60\,000^\circ\text{K}$ und Elektronendichten $n_e \lesssim 10^9$ Elektronen/ cm^3 , also deutliche Hinweise, daß in Wirklichkeit wesentlich mehr energiereiche Elektronen auftreten als es einer Temperatur von 2000°K entspricht. Etwas schematisiert heißt das: Zusätzlich zu der Gruppe kalter Elektronen (hoher Dichte) ist eine Gruppe heißer Elektronen (niedrigerer Dichte) vorhanden. Es liegt nahe, die Korona-Formel für zwei Elektronengruppen zu modifizieren. Dazu sei auf die Ausgangsformel (2) zurückgegangen. Die heißen Elektronen (n_e, T_e) bestimmen die linke Seite, die Stoßionisation, sind jedoch unfähig, einen merklichen Beitrag zur rechten Seite, zur Strahlungsrekombination zu liefern. Das Umgekehrte gilt für die kalten Elektronen (N_e, t_e).

$$N_1 n_e S(T_e) = N_e^2 Q(t_e).$$

Dies führt zu der auf einfachste Art abgewandelten Gleichung [analog (4)]:

$$\frac{N_e^2}{N_1 n_e} = \frac{5,3}{\gamma} \sqrt{t_e} \sqrt{T_e} \cdot 10^{-68400/T_e}. \quad (5)$$

γ ist bei ELWERTH²² für verschiedene Fälle numerisch angegeben; für $X = X_H$ und $t_e = 2000^\circ\text{K}$ gilt $\gamma = 3$.

Bei den spektroskopischen Temperatur- und Dichte-

bestimmungen aus Rekombinations-Prozessen ist lediglich die Energieverteilung der Elektronen bei kleinen Energien (noch unter 1 eV) von Bedeutung. Konsistent damit geht bei der Herleitung der Formel (5) die MAXWELL-Verteilung der kalten Elektronengruppe hoher Dichte (t_e , N_e) nur bei kleinen Energien ein, wo sie durch die zusätzliche Gruppe energiereicher Elektronen praktisch noch ungestört ist. Bei den Sondenmessungen sind nur die energiereichen Elektronen von Bedeutung (die Ansammlung kalter Elektronen hoher Dichte unterbleibt sogar weitgehend während der Sondenmessungen). Wiederum konsistent damit geht bei Formel (5) die MAXWELL-Verteilung der heißen Elektronengruppe mit T_e , n_e nur bei hoher Energie ein (Ionisation), wo der Beitrag der kalten Elektronen verschwindend klein geworden ist.

Mit den bekannten Werten $N_e = 1,35 \cdot 10^{13}$ Elektronen/cm³, $t_e = 2000$ °K und $N_1 = 1,4 \cdot 10^{15}$ Atome pro cm³ sind nach Gl. (5) für die heißen Elektronen folgende Wertepaare möglich:

T_e [10 ⁴ °K]	2	3	4	5	6
n_e [10 ⁹ cm ⁻³]	31	1,8	0,42	0,17	0,09

Die Tabelle zeigt, daß sich zu Elektronentemperaturen, wie sie mit Sonden ermittelt sind, Elektronendichten ergeben, die zu den dort gemessenen Dichten passen, d. h. unter den mit Sonden bestimmten oberen Grenzen der Elektronendichten bleiben. Wählt man aus den nach den Sondenmessungen möglichen Temperaturen den Mittelwert von $T_e = 40\,000$ °K aus, so erhält man aus der modifizierten Korona-Formel eine Dichte der schnellen Elektronen von $n_e = 4,2 \cdot 10^8$ Elektronen/cm³. Die Sondenmessungen ließen in guter Übereinstimmung damit eine Dichte $n_e < 10^9$ Elektronen/cm³ erwarten.

Die wegen der Sondenmessungen naheliegende Modifikation der Korona-Formel führt also zum Erfolg; sie beseitigt die enorme Diskrepanz und liefert vernünftige Werte für die heißen Elektronen.

Für die Vorgänge in der blauen Plasmaballung ist nunmehr folgende Deutung möglich: Schnelle, primäre Elektronen passieren das Plasmavolumen und erzeugen langsame, sekundäre Elektronen. Eine Abschätzung der Stoßzahlen zeigt, daß die Chance für ein schnelles Elektron, ein Neutralgasatom zu ionisieren, etwa von der gleichen Größenordnung ist wie die Chance, mit einem langsamen Elektron zu stoßen (Stoßzahlen in der Größenordnung 10⁷ bis 10⁸ sec⁻¹). Es ist also plausibel, daß die schnellen

Elektronen ionisieren können, ohne sich vorher mit den kalten Elektronen ins Temperaturgleichgewicht zu setzen. Zahlreicher als die Ionisationsstöße der schnellen Elektronen sind die elastischen Stöße mit dem Neutralgas, was auf eine isotrope Richtungsverteilung der schnellen Elektronen hin wirkt. Die sekundären, langsamen Elektronen stoßen während ihrer Lebensdauer (abgeschätzt aus den Rekombinationen/cm³ sec) häufig untereinander und mit dem Neutralgas (größenordnungsmäßig 10⁹- bzw. 10⁸-mal pro sec), sollten also eine MAXWELL-Verteilung besitzen mit einer Temperatur, die der Gastemperatur, somit auch der IonenTemperatur weitgehend angenähert ist. Dies paßt zu den beschriebenen spektroskopischen Temperaturmessungen. Die zahlreichen Stöße der sekundären, kalten geladenen Teilchen und der angeregten Atome begünstigen einen Verbleib praktisch innerhalb des Erzeugungsvolumens. Hoch angeregte, daher „dicke“ Atome stoßen so häufig (elastische Stöße und „Stöße 2. Art“), daß sie trotz ihrer relativ kleinen Übergangswahrscheinlichkeiten¹³ (z. B. für $n = 14$ etwa 10⁵ sec⁻¹) nicht weit diffundieren können. Bei den geladenen Teilchen kommen das Magnetfeld und möglicherweise elektrische Felder zu Hilfe, die beobachtete weitgehende Isolierung und Homogenität des Plasmas zu ermöglichen.

3. Liniенstrahlung

Bei den obigen Bilanzbetrachtungen wird davon ausgegangen, daß vom Phänomen der Plasmaballung her die Annahme lokalen, von Wandeffekten unbeeinflußten Ionisations-Rekombinations-Gleichgewichts gerechtfertigt erscheint. Der Erfolg stützt diese Annahme. Sie soll im folgenden weiter untermauert werden.

Die Annahme einer lokalen Bilanz besagt, daß das Einströmen von Ladungsträgern aus Gebieten außerhalb des Plasmavolumens trotz deren relativ langen Lebensdauern zumindest nicht wesentlich sein soll. Wenn aber die Ionisation im wesentlichen lokal, durch schnelle Elektroden im Plasmavolumen selbst erfolgt, muß auch lokale Anregung vorliegen. Der Nachweis, daß die beobachtete H_β-Strahlung praktisch nur durch lokale Anregung schneller Elektronen gedeutet werden kann und erheblich einen anderen denkbaren Erzeugungsmechanismus übertrifft, bedeutet daher, daß auch erhebliche lokale Ionisation stattfindet.

Für die Erzeugung der H_β-Strahlung sind außer der lokalen Stoßanregung durch heiße Elektronen grundsätzlich folgende Mechanismen denkbar: Strahlungsanregung, Stoßanregung durch kalte Elektronen hoher Dichte, Einströmen angeregter Atome, Besetzung der Terme durch die Kaskade von Rekombinationselektronen die Termleiter hinunter.

Die ersten drei Möglichkeiten lassen sich leicht ausscheiden: Für eine primäre Rolle der Strahlungsanregung findet sich kein Hinweis; die Leuchterscheinungen folgen deutlich dem Verlauf des Magnetfeldes. — Die kalten Elektronen hoher Dichte sind ebensowenig einer nennenswerten Stoßanregung vom Grundzustand aus fähig (12,7 eV) wie einer nennenswerten Ionisation (13,6 eV), was sich bereits eingangs zeigte. Schon eine grobe Abschätzung mit einer Formel für Stoßanregung von BURGESS²³ bestätigt das. Stoßanregungen der kalten Elektronen vom Zustand 2 und 3 können erst Bedeutung haben, wenn Zustand 2 und 3 (durch heiße Elektronen) stärker besetzt sind. — Eine Einwanderung angeregter Atome ist bei den unteren Termen wegen der großen Übergangswahrscheinlichkeiten unmöglich (die Übergangswahrscheinlichkeit für den 4. Term¹⁴ beträgt $3 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$). Auch bei den höheren Termen mit kleineren Übergangswahrscheinlichkeiten ist wegen der zahlreichen Stöße der angeregten Atome keine weitreichende Diffusion möglich.

Es verbleibt also als möglicher Anregungsmechanismus — außer der Stoßanregung durch heiße Elektronen — nur noch die Kaskadenbesetzung der die Termlleiter hinunterfallenden Rekombinationselektronen. Wenn die Ladungsträger praktisch nur außerhalb des Plasmavolumens erzeugt würden und die Ballung kalter Elektronen im wesentlichen von heißen, ionisierenden und anregenden Elektronen frei wäre, müßte der Kaskadenmechanismus in etwa die beobachtete H_{β} -Strahlung erklären können. Die folgenden Abschätzungen zeigen, daß dies sicher nicht zutrifft. Die — nach den Sondenmessungen unwahrscheinlicher, aber grundsätzlich mögliche — Vorstellung des Plasmas als einer Rekombinations-„Senke“ für zusammenströmende Ladungsträger entspricht nach dem Folgenden nicht der Wirklichkeit.

Eine Abschätzung für die Kaskadenstrahlung liefert der Rekombinationsterm der Korona-Formel, d. h. die rechte Seite der Gl. (2). Die Zahl aller pro $\text{cm}^3 \text{ sec}$ rekombinierenden Elektronen beträgt mit den spektroskopisch gemessenen Werten $N_e (= 1,3 \cdot 10^{13} \text{ Elektronen}/\text{cm}^3)$ und $t_e (= 2000 \text{ }^\circ\text{K})$:

$$N_e^2 Q_{10}(t_e) = N_e^2 \sum_{n=1}^{\infty} Q_{10}^n = N_e^2 Q_{10} \gamma.$$

Hierbei ist

$$Q_{10} = \frac{64\sqrt{\pi}}{3\sqrt{3}} c r_0^2 \left(\frac{X_H}{k t_e} \right)^{1/2}$$

($r_0 = 2,817 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ = klassischer Elektronenradius) der Wahrscheinlichkeitskoeffizient für Rekombination in den Grundzustand, Q_{10}^n der entsprechende Koeffizient für Rekombination in den Zustand mit der Hauptquantenzahl n . $\gamma = \sum_{n=1}^{\infty} Q_{10}^n / Q_{10}$ berücksichtigt also

die Rekombination in angeregte Zustände. Bei ELWERT²² ist γ für verschiedene Fälle numerisch berechnet, hier gilt $\gamma = 3$. Die Herleitung der Q_{10}^n zeigt^{14, 22}, daß für die Rekombination in den Zustand 2 und 3 gilt:

$$Q_{10}^2 \approx \frac{1}{2} Q_{10}, \quad Q_{10}^3 \approx \frac{1}{3} Q_{10}.$$

Den 4. Zustand können also sicher nicht mehr Elektronen/ cm^3 berühren als

$$\begin{aligned} N_e^2 [Q_{10}(t_e) - Q_{10}^2 - Q_{10}^3 - Q_{10}] \\ \approx N_e^2 Q_{10} (\gamma - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}) \\ = N_e^2 \frac{64\sqrt{\pi}}{3\sqrt{3}} c r_0^2 \left(\frac{X_H}{k t_e} \right)^{1/2} \cdot 7/6 = 1 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3 \text{ sec.} \end{aligned}$$

Die Zahl der den 4. Zustand pro $\text{cm}^3 \text{ sec}$ verlassenden Elektronen und (maximal) emittierten Lichtquanten ist gleich groß. Der auf den Übergang zum Zustand 2, auf die H_{β} -Linie, entfallende Anteil ergibt sich mit Hilfe der Übergangswahrscheinlichkeiten¹⁴. Selbst wenn man weitgehende optische Dicke für die LYMAN-Strahlung vom Zustand 4 nach 1 (Reabsorption) annimmt, sind im Kaskadenbild nicht mehr als $5 \cdot 10^{13} H_{\beta}$ -Quanten/ $\text{cm}^3 \text{ sec}$ möglich.

Die wirklich (axial) gemessene H_{β} -Intensität liegt deutlich höher. (Absolutmessung ähnlich wie eingangs beim Kontinuum. Der Einfluß von Schichten außerhalb der Plasmaballung ist eliminiert.) Auch wenn man denkbare Meßfehler berücksichtigt, ist die beobachtete H_{β} -Strahlung (s. Kurve b in Abb. 9) — umgerechnet auf $\text{erg}/\text{cm}^3 \text{ sec rad}$ — mindestens 10-mal größer, als sie im Bild der Rekombinationskaskade sein kann (s. Punkt C in Abb. 9).

[Die Abschätzung steht im Einklang mit ausgedehnten Rechnungen von BAKER, MENZEL²⁴ und BURGESS²⁵ für Elektronenkaskaden in kosmischen Gasnebeln. Diese Rechnungen berücksichtigen sowohl den Fall für LYMAN-Strahlung optisch dicker als auch optisch dünner Nebel. Extrapoliert man aus dem Verlauf der Ergebnisse im Temperaturbereich $80\,000 \text{ }^\circ\text{K}$ bis $5\,000 \text{ }^\circ\text{K}$ auf $2\,000 \text{ }^\circ\text{K}$, so erhält man bei der hier vorliegenden Elektronendichte in jedem Fall wesentlich schwächere H_{β} -Strahlung als die beobachtete (s. Punkt D im Vergleich zur gemessenen Kurve b in Abb. 9); sie ist mindestens 20-mal schwächer.]

Die Berücksichtigung der (in kosmischen Gasnebeln ganz unwichtigen) „Stöße 2. Art“ von angeregten Atomen mit Atomen und Elektronen beeinflußt das Ergebnis der obigen Abschätzung nicht wesentlich, sie verbessert allenfalls das Ergebnis*. — Ähnliche Betrachtungen wie für H_{β} lassen sich für andere Linien niedriger Hauptquantenzahl, etwa H_{γ} , durchführen. — Am Beispiel der H_{β} -Strahlung hat sich gezeigt, daß die beobachtete Linienstrahlung nicht ohne starke lokale Anregung durch schnelle Elektronen in der Plasmaballung selbst zu deuten ist. Das untermauert die Annahme

untersucht, welchen Einfluß nicht vollständig kompensierte Dreierrekombinationen in Zustände mittlerer Hauptquantenzahl auf die Gleichgewichtsbetrachtungen haben können, insbesondere ob sie die H_{β} -Strahlung ohne lokale schnelle Elektronen zu erklären vermögen.

²³ A. BURGESS, University College, London, im Druck.

²⁴ J. B. BAKER u. D. H. MENZEL, Astrophys. J. **88**, 52 [1938].

²⁵ A. BURGESS, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **118**, 477 [1958].

* Dabei ist angenommen, daß Dreierrekombinationen in höhere Zustände praktisch vollkommen durch den Gegenprozeß aufgehoben sind; in einer späteren Arbeit wird

starker — der Anregung energetisch benachbarter — lokaler Ionisation.

Mit der für zwei Elektronengruppen modifizierten Korona-Formel kann eine Bilanz zwischen lokaler Ionisation und Rekombination aufgestellt werden. Es ist möglich, sich ein *konsistentes* Bild der Vorgänge in der Plasmaballung zu machen. Trotz der etwas schematischen Vorstellung von zwei Elektronengruppen (heiße Elektronen geringer, kalte Elektronen hoher Dichte) bewährt sich die entsprechend modifizierte Korona-Ionisationsformel bei der Anwendung auf ein irdisches Plasma. Sie führt nicht nur zu überhaupt diskutablen Wertepaaren für die heißen Elektronen, sondern sogar zu Werten, die gut zu den durch Sondenmessungen ermittelten passen. Die hier benutzte Art der Modifikation scheint prinzipiell brauchbar zu sein, obwohl noch Verfeinerungen möglich sind.

V. Zusammenfassung

Bei konstanten Versuchsbedingungen können extrem reine Wasserstoff-Plasmen erzeugt werden. BALMER-Spektren können bis zu sehr hohen Hauptquantenzahlen störungsfrei beobachtet werden und die Linien, ihre Verschmelzung und das anschließende Rekombinationskontinuum quantitativ untersucht werden. Bei der am genauesten untersuchten

Entladungsart (Verschmelzung ungefähr bei der Hauptquantenzahl 20) werden Elektronentemperatur, Ionen- und Gastemperatur und die Elektronendichte spektroskopisch, teilweise auf verschiedenen Wegen, bestimmt. Diese Messungen werden mit Mikrowellen- und Sondenmessungen verglichen; es gelingt, die unterschiedlichen Methoden aneinander anzuschließen bzw. die auftretenden Diskrepanzen aus der Besonderheit der Entladung und der Meßmethoden zu erklären. Die so gewonnene Vorstellung des Plasmas bestätigt sich bei der Betrachtung des Ionisations-Rekombinations-Haushalts, für den eine modifizierte Form der Korona-Ionisationsformel herangezogen wird.

Über Messungen zur Energieaufnahme des Plasmas und ihren Vergleich einerseits mit einer Theorie des Brechungsindex eines Plasmas, andererseits mit den in letzter Zeit an Gleichstromentladungen beobachteten „anomalen Diffusionseffekten“ ist Näheres an anderer Stelle berichtet.

Herrn Prof. Dr. W. HEISENBERG und Herrn Dr. G. v. GIERKE danke ich für die Möglichkeit, die vorliegende Arbeit im Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik anzufertigen und für die Anregung der Arbeit. Für förderndes Interesse und Anregungen danke ich Herrn Dr. H. WULFF. Ich danke Herrn F. MELZNER für die Unterstützung beim Bau des Senders und für Diskussionen über Hochfrequenzfragen und vielen anderen Mitgliedern des Instituts für fördernde Diskussionen.